

АЛҒЫ СӨЗ

Мектеп оқушыларының республикалық, халықаралық олимпиадаларда жақсы нәтижелерге жетуі, 5- 6-сыныптардағы алғашқы олимпиадалық дайындығына тығыз байланысты. Осы кезеңдегі алғашқы олимпиадалық дайындықтың жақсы болуы оқушының математикаға деген қызығушылығын оятып, жоғары деңгейдегі олимпиада өресіне көтеріп қана қоймай, оқушының өтпелі кезеңдегі логикасының жетілуіне, ойлау қабілетінің өсуіне де маңызы өте зор. Физика, химия сияқты жаратылыстану пән олимпиадаларына қатысатын балалар үшін дәл осы кезеңдегі математикалық дайындығы өте жақсы болу керек. Міне, осылардың барлығы даму қарқыны тез, негізгі мектептің алғашқы сатысындағы оқушылардың логикалық қабілетін жетілдірудің қаншама маңызды екенін көрсетеді.

Осы маңызды түйіндерді ескере отырып, және соңғы жылдардағы тәжірибелерімді жинақтап, осы шағын кітапшаны оқытушылар мен оқушылардың пайдалануына ұсынып отырмын. Бұл оқу әдістемелік құралды 5-8-сыныптар үшін қолдануға болады. Кейбір тақырыптағы есептерді онан да жоғары сыныптар үшін пайдалана беруге татиды. Оқушылардың логикалық ойлау қабілетінің жетілуін негізге ала отырып, бірнеше маңызды тақырыптарға, алдымен маңызды түсініктеме, формула, қасиеттер беріліп, сонан соң мысалдар, есептер берілді. Онан кейін есептердің шешулері, жауаптары беріліп, кейбір есептердің бірнеше түрлі шешу тәсілдері көрсетілді. Бұл оқушылардың әрбір мәселені жан-жақтылы зерттеуіне, ізденуіне жөн сілтесе, оқытушылардың сол есепті оқушылардың білім деңгейіне, ерекшелігіне қарай түсіндіруіне жағдай жасайды.

Бұл оқу әдістемелік шағын құрал оқушыларымызбен оқытушыларымыз үшін аз да болса көмегі тисе екен деген ниеттемін.

САНДАРДЫҢ БҮТІН БӨЛІНГІШТІГІ

Сандардың бүтін бөлінгіштік ұғымы және негізгі қасиеттері.

a мен b ($b \neq 0$) бүтін сандар болсын. Егер $a = bq$ болатындай q бүтін саны табылса, онда b саны a санын бүтін бөледі, немесе a саны b санына бүтін бөлінеді деп аталады. $a : b$ немесе $b|a$ деп жазылады. Егер b саны a санын бүтін бөлмесе, онда $b \nmid a$ деп жазылады. (бүтін бөлінеді деген сөзді бұдан ары қысқаша бөлінеді деп аламыз).

Қасиеттері:

1. Егер $a|b, b|c$, онда $a|c$.
2. Егер $a|b, a|c$, онда кез келген бүтін сандар m, n үшін $a|(mb \pm nc)$.
3. Егер $a|b, a \nmid c$, онда $a \nmid (b \pm c)$.
4. Егер $a|b, c|d$, онда $ac|bd$. Бұдан $a|b$, онда $a|nb$ (n бүтін сан), $n \neq 0$ үшін $na|nb$; егер n саны a, b -ның ортақ бөлгіші болса, онда $\frac{a}{n} | \frac{b}{n}$.
5. Егер $a|c, b|c$, онда $\text{ЕКӨБ}(a, b)|c$.
6. Егер $a|c, b|c$ және $\text{ЕҮОБ}(a, b) = 1$ болса, онда $ab|c$.
7. Егер $a|bc$ және $\text{ЕҮОБ}(a, b) = 1$, онда $a|c$. Әсіресе, егер p жай сан және $p|ab$, онда $p|a$ немесе $p|b$.
8. Егер $a = b + c$ және $m|a, m|b$, онда $m|c$.
9. Оң бүтін сан a, b үшін, егер $b|a$, онда $b \leq a$; егер $b|a$ және $a|b$, онда $a = b$.
10. Егер $a \neq b$, n натурал сан болса, онда $(a - b)|(a^n - b^n)$.
11. Егер $a \neq -b$, n оң жұп сан болса, онда $(a + b)|(a^n - b^n)$.
12. Егер $a \neq -b$, n оң тақ сан болса, онда $(a + b)|(a^n + b^n)$.

Бүтіннен бөлінгіштік белгілері:

1. Бір сан 3-ке (немесе 9-ға) бөліну үшін, тек сол санның әр орнындағы цифрларының қосындысы 3-ке (немесе 9-ға) бөліну керек.
2. Бір сан 2-ге (немесе 5-ке) бөліну үшін, тек сол санның бірліктер орнындағы сан 2-ге (немесе 5-ке) бөліну керек.

3. Бір сан 4-ке (немесе 25-ке) бөліну үшін, тек сол санның ең соңғы екі орнындағы сан 4-ке (немесе 25-ке) бөліну керек. Мсалы: $1324 : 4$, себебі $24 : 4$.
4. Бір сан 8-ге (немесе 125-ке) бөліну үшін, тек сол санның ең соңғы үш орнындағы сан 8-ге (немесе 125-ке) бүтін бөліну керек. Мсалы: $57125 : 125$, себебі $125 : 125$.
5. Бір сан 11-ге бөліну үшін, тек сол санның тақ орнындағы цифрларының қосындысы мен жұп орнындағы цифрларының қосындысының айырмасы 11-ге бөліну керек. Мысалы: $63712 : 11$, себебі $((6 + 7 + 2) - (3 + 1)) : 11$.
6. Тізбектест бүтін санның ішінде міндетті түрде біреуі m -ге бөлінеді.
7. Тізбектест бүтін санның көбейтіндісі $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot m$ -ге ($m!$) бөлінеді.
8. Екі тізбектес жұп санның көбейтіндісі 8-ге бүтін бөлінеді.

Есептер

1. b цифры қандай болғанда $\overline{2bb1}$ саны 9-ға бөлінеді?
2. Жұлдызшаның орнына қандай цифрларды қойғанда 523^{***} саны 5-ке, 8-ге және 9-ға бөлінді?
3. $\overline{A8919B}$ саны 66-ға бүтін бөлінеді, осы алты таңбалы сан қанша?
4. Кез келген үш таңбалы санды екі рет қайталап жазғанда пайда болған алты таңбалы сан 7, 11, 13 сандарына бүтін бөлінеді. Неліктен?
5. Екі таңбалы санды өзіне-өзін үш рет тіркеп жазғанда (мысалы 595959) шығатын санның 3-ке, 7-ге, 13-ге және 37-ге бөлінетіндегін дәлелдеңдер.
6. Цифрлары қайталанбайтын 75 санына бөлінетін $\overline{3A6B5}$ түріндегі сан нешеу?
7. Соңғы цифрын сызғанда 14 есе азаятын барлық екі таңбалы сандарды анықтаңдар.

8. $\overline{abcdefghij}$ - он таңбалы сан. Мұндағы әртүрлі әріп әртүрлі цифрды көрсетеді. \overline{a} саны 1-дің еселігі, екі таңбалы \overline{ab} саны 2-нің еселігі, үш таңбалы \overline{abc} саны 3-тің еселігі, төрт таңбалы \overline{abcd} саны 4-тің еселігі, \dots , он таңбалы $\overline{abcdefghij}$ саны 10-ның еселігі. Онда $\overline{abcdefghij} = ?$

9. 298 санының соңына қандай үш таңбалы сан тіркеп жазғанда пайда болған алты таңбалы сан 476-ға бөлінеді?

10. 393 санының соңына қандай үш таңбалы сан тіркеп жазғанда пайда болған алты таңбалы сан 546-ға бөлінеді?

Сандардың бүтін бөлінгіштігі есептерінің шешімдері нұсқаулары және жауаптары

1. 9-ға бөлінгіштік белгісі бойынша $2 + b + b + 1 = 3 + 2b$ қосындысы 9-ға бөліну керек. b -ның цифр екенін ескерсек, $b = 3$ шығады.

Жауабы: $b = 3$

2. 5-ке бөліну үшін соңғы цифры 5 немесе 0 болу керек және 8-ге бөлінетінін ескерсек соңғы цифры 5 емес 0 болу керек. $5+2+3=10$ болғандықтан 9-ға бөліну үшін *-лардың қосындысы $18-10=8$, $27-10=17$ қатарлы сандар болу керек. Ал бұл сан 8-ге бөліну үшін соңғы үш орынды *** саны 8-ге бөліну керек. Жоғарыдағы шарттарды ескере отырып тексерсек 523800, 523080, 523440 сандары шығады.

Жауабы: 523800, 523080, 523440

3. $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$ болғандықтан бұл сан 2-ге, 3-ке, 11-ге бөліну керек. 2-ге бөліну үшін B жұп, 3-ке бөліну үшін $A + 8 + 9 + 1 + 9 + B = 27 + A + B$ 3-ке бөліну керек яғни $A + B$ 3-ке бөлінеді. 11-ге бөлінгіштік белгісі бойынша $(A + 9 + 9) - (8 + 1 + B) = 9 + A - B$ 11-ге бөліну керек. Бұдан $A - B$ тек 2 ғана бола алады. Онда $A = 4, B = 2$ болады.

Жауабы: 489192

4. Үш таңбалы санды \overline{abc} десек, сол санды екі рет қайталап жазғанда \overline{abcabc} болады. Ал $\overline{abcabc} = 1001\overline{abc}$ болып, 1001 саны 7,

11, 13 сандарына бөлінеді. Сондықтан осы алты таңбалы сан да 7, 11, 13 сандарына бөлінеді.

5. Жоғарыдағы есеп сияқты екі таңбалы санды үш рет тіркеп жазғанда $\overline{ababab} = 10101\overline{ab}$ болады. Ал 10101 саны 3- ке, 7- ге, 13- ге және 37- ге бөлінетіндіктен, осы алты таңбалы сан да 3- ке, 7- ге, 13- ге және 37- ге бөлінеді. Дәлелденді.

6. $75 = 3 \cdot 25$ және 3 пен 25 өзара жай сан болғандықтан $\overline{3A6B5}$ саны 3 және 25-ке бөліну керек. $\overline{B525}$ -ке бөліну үшін B тек 2 және 7 бола алады. $3 + A + 6 + B + 5 = 14 + A + B$ қосындысы 3-ке бөліну үшін $A + B = 4, A + B = 7, A + B = 10, A + B = 13, A + B = 16$ болу керек. A, B -лар цифр екенін ескере отырып, $B = 2$ болғанда $A = 2; A = 5; A = 8$, ал $B = 7$ болғанда $A = 0; A = 3; A = 6; A = 9$ шығады. Бұдан 32625, 35625, 38625, 30675, 33675, 36675, 39675 сандары шығады. Мүнің ішіндегі цифралары қайталанбайтын сандар үшеу: 38625, 30675, 39675.

Жауабы: 3.

7. $\overline{ab} = 14a, 10a + b = 14a, b = 4a$. Бұдана тек 1 және 2 бола алатынын көре аламыз.

жауабы: 14, 28.

8. Есеп шартынан сол жағынан бастап санағанда так орнындағы цифрлар тақ, жұп орнындағы цифрлар жұп сан екенін білуге болады және $j = 0, e = 5$. Алдыңғы төрт таңбалы сан 4-тің еселігі, алдыңғы сегіз таңбалы сан 8-дің еселігі және так орнындағы цифрлар тақ, жұп орнындағы цифрлар жұп болғандықтан төртінші мен сегізінші орындағы цифралар 2, 6 болады. Тексеру арқылы тек $d = 6, h = 2$ ғана бола алатындығын білеміз. Анықталған төрт цифрды орнына қояйық: $\overline{abc65fg2i0}$. Алдыңғы үш таңбалы сан 3-тің еселігі, алдыңғы алты таңбалы сан 6-ның еселігі болғандықтан $\overline{def} = \overline{65f}$ -те 3-тің еселігі, және де f жұп сан болғандықтан, қалған 4 пен 8-дің ішінде тек 4 болады, демек $f = 4$, онда $b = 8$. Қалған 1, 3, 7, 9 цифрларын алдыңғы үш таңбалы сан 3-тің, алдыңғы жеті таңбалы сан 7-нің еселігі дегенді ойластырсақ, ең соңында 3816547290 шығады.

Жауабы: $\overline{abcdefghij} = 3816547290$.